

PROGRAMAÇÃO INTEIRA NA ANÁLISE DE DADOS ESPACIAIS. Caio Domingues Reina, Silvely Salomão Néia. – Pesquisa operacional – Engenharia Cartográfica – Departamento de Matemática, Estatística e Computação – FCT/UNESP – Campus de Presidente Prudente.¹

Problemas de localização buscam encontrar a distribuição ótima de recursos em um dado espaço físico, a solução do problema é chamada ótima quando a soma das distâncias das facilidades aos pontos de demanda é mínima. Estes problemas podem ser encontrados nos setores públicos e privados. Um exemplo é o de determinar a localização de postos de atendimento, tais como bombeiro e postos de saúde, em uma dada região.

O problema das p-medianas é um problema clássico de localização classificado como um problema NP-difícil (Garey e Johnson [1979]). O objetivo deste problema é determinar a localização de p facilidades, denominadas medianas, que servem um conjunto de n (> p) pontos de demanda, de modo que minimize a soma das distâncias de cada ponto de demanda até a mediana mais próxima.

O problema pode ser modelado, no caso binário (0 - 1), da seguinte forma:

$$z = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}, \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in N \quad (5)$$

Onde:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o vértice } i \text{ é atendido pela mediana } j, i \neq j; \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o vértice } j \text{ é uma mediana;} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (7)$$

- (2) e (4) garantem que a cada vértice i seja alocado somente a um vértice j, que deve ser uma mediana;
- (3) determina o número mínimo exato de medianas a serem localizadas (p); e
- (5) corresponde às condições de integralidade.

¹ Bolsa ICFapesp – Processo 06/50359-1

A resolução do problema das p-medianas baseia-se em métodos exatos e não exatos da pesquisa operacional. Devido a sua grande importância prática, pode-se encontrar uma grande quantidade de aplicações na literatura.

Em Hakimi [1964 e 1965] se encontram as primeiras formulações do problema das p-medianas. Vários métodos heurísticos e métodos que exploram uma busca em árvore têm sido desenvolvidos para ele (Teitz e Bart [1968], Jarvinen e Rajala [1972], Neebe [1978], Christofides e Beasley [1982]). O uso combinado de técnicas heurísticas de relaxação lagrangeana e otimização por subgradientes, de um ponto de vista primal-dual, tem se mostrado eficiente na solução do problema (Galvão e Raggi [1989], Beasley [1993] e, Lorena e Senne [2004]).

Foi difundida também a utilização de metaheurísticas para o cálculo de soluções para problemas de p-medianas. Nessas abordagens destaca-se o emprego de heurísticas construtivas (Rosing e ReVelle, 1997), busca tabu (Rolland et al., 1996; Mladenovic et al., 1996; Voss, 1996), Variable Neighborhood Search (Hansen e Mladenovic, 1997; Hansen et al., 2001), GRASP (Resende e Werneck, 2002b), Simulated Annealing (Chiyoshi e Galvão, 2000), algoritmos genéticos (Hosage e Goodchild, 1986; Erkut et al., 1997; Correa et al., 2001) e algoritmo genético construtivo (Lorena e Furtado, 2001), dentre outras.

Galvão (2004) apresenta análises de alguns dos métodos empregados, além de outras técnicas desenvolvidas para o tratamento de vários problemas de localização.

Será estudada a resolução do problema das p-medianas através da implementação de um algoritmo, que parte de um mapa vetorizado com os pontos de demanda, e através de um algoritmo de resolução, baseado no algoritmo genético, obtém uma solução ótima ou quase ótima, que será visualizada através de um SIG (Sistema de Informação Geográfica). Em seguida, é apresentado um resumo das atividades que serão desenvolvidas na parte prática do projeto, conforme mostra a Figura 1.

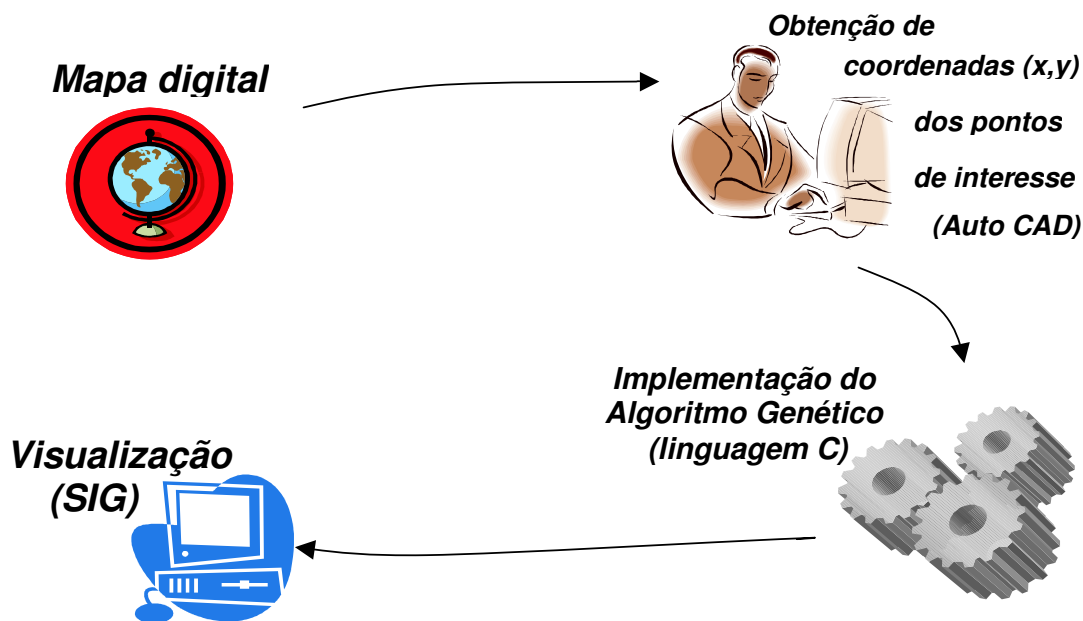


Figura 11 – Esquema de implementação do algoritmo.

Inicialmente através do software AutoCAD, serão gerados pontos de demanda aleatórios e lançados no mapa digital. Em seguida, utilizando a ferramenta AutoLISP, os pontos serão varridos, ou seja, será gerado um arquivo do tipo texto (.txt) contendo as coordenadas (X,Y) dos pontos, e será esse arquivo que alimentará o algoritmo de resolução.

Para a resolução do problema das p-medianas está sendo desenvolvido, em linguagem C++, um algoritmo heurístico baseado no algoritmo genético, o qual cria uma solução inicial aleatória de

vetores-soluções, e através de um processo iterativo os operadores genéticos geram novos vetores-soluções. Em seguida, são selecionados os vetores-soluções com menores custos, até que um critério de parada seja satisfeito, por exemplo até que o melhor vetor-solução permaneça o mesmo por um número fixo de iterações.

O custo que é atribuído para cada vetor (“pais” e “filhos”), nesse trabalho, é a distância euclidiana entre o ponto de demanda e a mediana mais próxima, calculada a partir das coordenadas dos pontos:

$$D_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \quad (8)$$

Onde D_{ij} = Distância entre o ponto de demanda j e a mediana i .

Depois da obtenção da solução final, o algoritmo cria um arquivo texto (.txt) com as coordenadas dos pontos que foram escolhidos para servirem como mediana(s) (centros) e seus respectivos pontos de demanda atribuídos à ele.

Para a visualização da solução final será utilizado o SIG ArcView versão 3.2. Segundo (Fishbeck, 1994), um Sistema de Informações Geográficas (SIG) integra uma sofisticada interface de visualização a uma base de dados geo-referenciados e constitui uma poderosa ferramenta de análise e planejamento espacial.

O SIG permite ao usuário visualizar, armazenar e manipular dados espaciais e obter informações mais precisas do problema. Dessa forma, uma ferramenta que alie algoritmos eficientes, com boas interfaces de visualização, pode servir como suporte de apoio à decisão.

Referências Bibliográficas

- Bazaraa, M.S. (1990) *Linear programming and network flows* – Mokhtar S. Bazaraa, John J. Jarvis, Hanif D. Sherali. – 2^a. edição.
- Beasley, J.E. (1993) *Lagrangian Heuristics for Location Problems*, **European Journal of Operational Research**, 65: 383-399
- Corrêa, E.S. (2000) *Algoritmos Genéticos e Busca Tabu Aplicados ao Problema das p-Mediana*, 102 p. Dissertação (Mestrado e Ciências) UFPR. Paraná.
- Diaz, J.A. and E.Fernandez (2005). *Hybrid Scatter Search and Path Relinking for the capacitated p-median problem* **European Journal of Operational Research** 169(2): 570-585.
- Fischbeck, P. (1994) *GIS: More than a Map*. **OR/MS Today**: 42-45.
- Goldbarg, M.C.; Luna H.P.L. (2005). *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. 518 p. -2.ed. – Rio de Janeiro : Elsevier.
- Lorena, L.A.N.; Senne, E.L.F.; Paiva, J.A.C. & Pereira, M.A. (2001). *Integração de Modelos de Localização a Sistemas de Informações Geográficas*. **Gestão e Produção**, 8: 180-195.
- Neebe, A.W.A (1978). *Branch and bound algorithm for the p-median transportation problem*, **Journal of the Operational Research Society**, 29: 989-995.
- Pereira, M.A. (2005). *Um Método Branch-and-Price Para Problemas de Localização de p-Mediana*, 90 p. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) INPE. São José dos Campos.

Bolsa: FAPESP